Российский государственные педагогический университет им. А.И.Герцена

Институт физики



Васильева Вера Антоновна

3 курс, 1 группа

Лабораторная работа №8

Численное интегрирование

2022

**Вариант 2**

**Цель работы:** *Научиться применять численные методы интегрирования для вычисления определенных интегралов от функций, заданных аналитическим выражением и таблично; оценить точность различных методов Ньютона-Котеса при фиксированном шаге интегрирования; составить программы для вычисления определенных интегралов с заданной точностью.*

**Задание 1.** *Составить программы (на любом алгоритмическом языке) для вычисления определенного интеграла методом средних прямоугольников, методом трапеций и методом Симпсона.*

**Метод средних прямоугольников** - метод численного интегрирования функции одной переменной, заключающийся в замене подынтегральной функции на многочлен нулевой степени, то есть константу, на каждом элементарном отрезке. Т.е. суть метода заключается в том, что мы вычисляем площадь фигуры под графиком функции при помощи суммирования площадей конечного числа прямоугольников. Ширина прямоугольников определяется расстояние между соответствующими соседними узлами интегрирования, а высота - значение подынтегральной функции  в этих узлах. Алгебраический порядок точности равен 1 для метода средних прямоугольников.

Если отрезок [a,b] является элементарным и подвергается дальнейшему разбиению, то значение интеграла находится по формуле

abf(x)dxf(a+b2)(b-a)

**Метод трапеций** - метод численного интегрирования функции одной переменной, заключающийся в замене на каждом элементарном отрезке подынтегральной функции на многочлен первой степени, то есть линейную функцию. Площадь под графиком вычисляется прямоугольными трапециями. Алгебраический порядок точности равен 1.

Если отрезок [a,b] является элементарным и подвергается дальнейшему разбиению, то значение интеграла находится по формуле

abf(x)dx=f(a)+f(b)2(b-a)+E(f), E(f)=-f''()12(b-a)3

**Формула Симпсона** относится к приемам численного интегрирования. Суть метода заключается в приближении подынтегральной функции на отрезке [a,b] интерполяционным многочленом второй степени, то есть приближение графика функции на отрезке параболой. Алгебраический порядок точности 3, порядок погрешности 4. Формула Симпсона имеет вид

abf(x)dxabp2(x)dx=b-a6(f(a)+4f(a+b2)+f(b))

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Подынтегральная функция | Пределы интегрирования | Точное значение интеграла | n | Приближенное значение | | |
| f(x)=ex | от 0 до | 22.14069263277927 | Метод прямоугольников | Метод трапеций | Метод Симпсона |
| 1 | 15.113 | 3.1416 | 0 |
| 2 | 20.018 | 4.5635 | 3.8180 |
| 4 | 21.582 | 10.037 | 9.5520 |
| 10 | 22.050 | 16.033 | 15.902 |
| 50 | 22.137 | 20.738 | 20.731 |
| 100 | 22.141 | 21.996 | 21.996 |

По полученным данным можно сделать вывод, что самой быстрой сходимостью обладает метод прямоугольников (при одинаковом количестве шагов). Именно при помощи метода средних прямоугольников был получен результат, максимально близкий к точному значению интеграла.

**Задание 2.** *Составить программу для вычисления приближенного значения интеграла с заданной точностью.*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Подынтегральная функция | Пределы интегрирования | Точность | Конечное n | Приближенное значение |
| x21-x3dx | от 0 до 1 | 10-1 | 2 | 0.058463 |
| 10-3 | 64 | 0.2199 |
| 10-5 | 1024 | 0.2222 |
| 10-8 | 131072 | 0.2222 |

**Задание 3.**

**а.** *Составить программу для вычисления определенного интеграла от функции, заданной таблично (значения аргумента могут быть заданы с любым, в том числе, непостоянным шагом).*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| xmin | xmax | n | Значение интеграла |
| 0 | 9.9 | 100 | 430.52 |

**б.** *Вычислить этот же интеграл с помощью пакета Mathcad.*

*\*В данном случае всё вычислялось в Matlab.*

Функция cumtrapz (совокупное трапециевидное численное интегрирование) вычисляет аппроксимированный совокупный интеграл Y с помощью трапециевидного метода с модульным интервалом. Q=cumtrapz(X, Y) интегрирует Y относительно координат или скалярного интервала, заданного X.